



TITLE:

# 木材の破壊条件に関する理論的考察

AUTHOR(S):

増田, 稔

---

CITATION:

増田, 稔. 木材の破壊条件に関する理論的考察. 京都大学農学部演習林報告 1986, 58: 241-250

ISSUE DATE:

1986-12-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/191846>

RIGHT:

# 木材の破壊条件に関する理論的考察

増 田 稔

Theoretical Consideration on Fracture Criteria of Wood

Minoru MASUDA

## 要 旨

通常、切欠きをもつ木質部材の破壊予測には線形破壊力学を用い、切欠きをもたない部材については von Mises などの破壊条件を用いて解析を行なっている。本研究では線形破壊力学の概念を包含し、かつ、切欠きをもつ部材もたない部材も同一の解法で解けるような両者の統一的な解法として“有限小領域理論”を提案した。すなわち、“切欠き付近についても弾性論的に応力解析を行ない、有限小領域の平均応力が破壊条件に達した時破壊が生じる”とする考え方である。本研究では試行錯誤の結果、有限小領域として繊維方向 1 mm、繊維に直角方向 0.4 mm の長方形領域を用いた（2次元平面応力問題）。解析例として中央に長方形の切欠きをもつ梁の曲げ試験を取り上げ、小試験体および実大梁の実験結果と、FEM を用いて解いた有限小領域理論によるクラック進展予測荷重を比較した。その結果、両者により一致の得られることを確めた。また同時に、比較のため線形破壊力学すなわち応力拡大係数  $K$  およびひずみエネルギー解放率  $g$  による予測も行ない、有限小領域理論の有効性を確めた。

## 1. 緒 言

切欠きをもつ木質部材の破壊強度を予測しようとする場合、単なる弾性応力解析では切欠き底が無限大の応力すなわち特異点となってしまう、この解析のみから破壊荷重を予測することはできない。そこで考え出されたのが線形破壊力学 (LEFM: Linear Elastic Fracture Mechanics) であり<sup>1)</sup>、一つは、特異点を含む領域の応力状態を応力拡大係数  $K$  を用いて表現する方法である。またもう一つは、クラック進展に伴って生じる力学系全体のポテンシャルエネルギー  $\Pi$  の減小に注目し、クラックの単位面積増加あたりのポテンシャルエネルギーの解放量すなわちひずみエネルギー解放率  $g$  を用いる方法である。

$$g = -\frac{\partial \Pi}{\partial A} \quad (1)$$

したがって破壊値の予測は、その系の  $K$  あるいは  $g$  がある閾値に達する外力を求めることにより行なわれる。ところが、木材のような異方体にこれらを適用しようとする場合、モード I（開口）とモード II（面内せん断）の混合した応力状態での破壊条件をどのようにすべきか未だ不明の点が多い。ここでは切欠きをもつ木材梁の応力分布を有限要素法 (FEM: Finite Element Method) を用いて解き、まず上述の LEFM の破壊条件の検討を行なった。次に、切欠きをもつ

場合ももたない場合も同一手法で統一的に解ける解析方法を検討した。その結果、「ある有限小領域における平均応力がある閾値に達した時破壊が生じる」とする破壊条件——これを有限小領域理論と呼ぶことにする——の提案に至った<sup>2)3)</sup>。以下、切欠きをもつ梁（小試験体および実大梁）を例にとり、(i)応力拡大係数、(ii)ひずみエネルギー解放率、(iii)有限小領域理論の3方法につき順次検討を加える。

## 2. 実験方法および結果

小試験体の形状は幅20mm、高さ30mm、長さ500mm（スパン450mm）で、切欠きの形状は長さ6mm

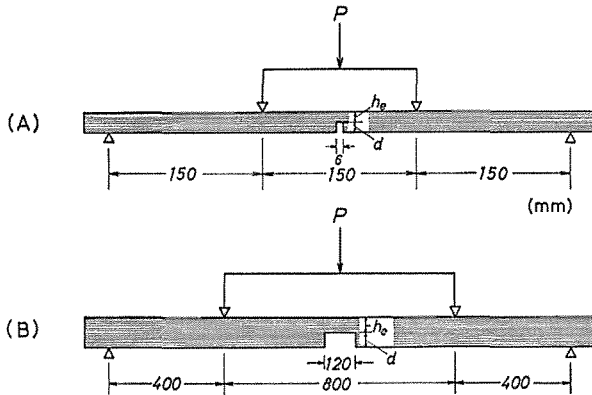


Fig. 1 Methods of bending tests on notched beams.

(A) Small specimen

(B) Normal sized timber beams

（スパン方向）、幅20mm、深さ3mm（梁たけの1/10）、6mm（同1/5）、10mm（同1/3）および15mm（同1/2）であり、切欠きのない梁についても曲げ試験を行なった。樹種はベイマツであり、各切欠き深さの試験体数は各々13本である。切欠きを入れる前にすべての試験体の曲げヤング係数を中央集中荷重3点曲げで測定し、曲げ破壊試験は3等分点2点载荷両端単純支持で行なった（Fig. 1A参照）。実験結果を Table 1 に示す。

また、切欠きをもつ実大梁の実験例として杉山<sup>4)</sup>の実験結果を用いた

Table 1 The results of bending test of small specimens with rectangular notches

Notch depth (Ratio to depth)	$E_0$ ( $10^3 \text{ kgf/cm}^2$ )	$P_p$ (kgf)	$P_{max}$ (kgf)	$P_{Tmax}$ (kgf)	$\frac{P_{max}}{P_{Tmax}}$
0mm (without notch)	$143 \pm 10$	$217 \pm 22$	$368 \pm 38$	368	1.00
3mm (1/10)	$143 \pm 13$	$156 \pm 20$	$294 \pm 38$	298	0.99
6mm (1/5)	$153 \pm 7$	$114 \pm 6.1$	$254 \pm 23$	236	1.08
10mm (1/3)	$148 \pm 11$	$64 \pm 7.1$	$169 \pm 23$	164	1.03
15mm (1/2)	$146 \pm 11$	$35 \pm 4.0$	$92 \pm 17$	92	1.00

Specimens: Douglas fir, 2cm (width)  $\times$  3cm (depth)  $\times$  45cm (span).

$E_0$ : beding modulus of elasticity of the beams before being notched.

$P_p$ : load at propotional limit.

$P_{max}$ : ultimate load of notched beam, equal to load at initial crack extension. Each value is average of 13 specimens and the value with  $\pm$  sign indicates the standard deviation.

$P_{Tmax}$ : theoretical value of ultimate load by using the assumption that effective depth is  $h_e$  (see Fig. 1A) for the ultimate strength, *i. e.*

$$P_{Tmax} = \frac{2bh_e}{3l} \sigma_{max}.$$

For this  $\sigma_{max}$ , MOR of the beam without notch is used, *i. e.*

$$\sigma_{max} = 1380 \text{ kgf/cm}^2.$$

Table 2 The results of bending test of timber beams with rectangular notches by SUGIYAMA and TANAKA.<sup>4)</sup>

Notch depth (Ratio to beam depth)	$E_o$ ( $10^3 \text{ kgf/cm}^2$ )	$P_P$ (kgf)	$P_{max}$ (kgf)	$P_{o_{max}}$ (kgf)	$P_{T_{max}}$ (kgf)	$\frac{P_{max}}{P_{T_{max}}}$
2 cm (1/6)	$83 \pm 12$	$895 \pm 210$	$1745 \pm 486$	$3708 \pm 376$	2575	0.68
4 cm (1/3)	$87 \pm 11$	$420 \pm 86$	$651 \pm 188$	$4466 \pm 297$	1985	0.33
6 cm (1/2)	$90 \pm 9$	$289 \pm 50$	$580 \pm 168$	$4548 \pm 257$	1137	0.51

Specimens: Yezo spruce (*Picea jezoensis* Carr.), 6 cm (width)  $\times$  12 cm (depth)  $\times$  160 cm (span), see Fig. 1 B.

$P_{o_{max}}$ : ultimate load of unnotched beam estimated by bending test of small clear specimen cut from the notched beam.

Each value is average of 4 specimens and the value with  $\pm$  sign indicates the standard deviation.

$P_{T_{max}}$ : see Table 1. For  $\sigma_{o_{max}}$ , MOR calculated from  $P_{o_{max}}$  of each small specimen is used. Then,  $P_{T_{max}} = (h_e/h)^2 P_{o_{max}}$ .

(Fig. 1 B)。この実験に用いた試験体は幅 6 cm, 高さ 12 cm, 長さ 180 cm (スパン 160 cm) のエゾマツで中央の切欠き長さ 12 cm, 深さ 2 cm (梁たけの 1/6), 4 cm (同 1/3), 6 cm (同 1/2) の 3 種である。この実験結果を Table 2 に示す。

これらの 2 種の実験において, 切欠きをもつ梁のクラック発生時の荷重は比例限度荷重と一致している。小試験体ではクラックはその後 Fig. 2 に示すように水平に進展し, 終局破壊は結局, 切欠きのない部分  $h_o$  のみの梁と 考えて求めた予測値  $P_{T_{max}}$

で生じる (Table 1 および Fig. 7 参照)。一方, 実大梁においては, クラックは必ずしも水平に進展せず, 繊維走向の乱れなどの影響も手伝って有効な梁せいを減小させる方向へと進展する。その結果, Table 2 に見られるように  $P_P$  と  $P_{T_{max}}$  の間の荷重で終局破壊に至っている。したがって, 実大の切欠き材ではクラック発生時の荷重の予測が実用上重要な意味をもつ。以下の理論解析においては, このクラック発生時の荷重予測を, 新たな手法をも含めいくつかの方法で行ない, 比較検討する。

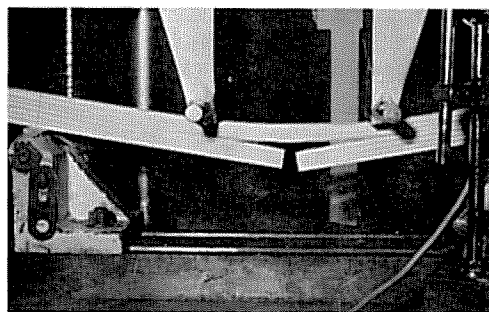


Fig. 2 Crack extension near the ultimate load. Crack extends parallel to the edges in the case of the small specimens.

### 3. 解析方法および結果

#### 3.1 有限要素法による解析方法

切欠き底周辺の応力分布を FEM を用いて弾性論的に求めれば, 緒言で述べた (i)~(iii) の解析が可能である。ここで用いた FEM の解析プログラムは, 東大大型計算機センターのライブラリ・プログラム Y6/TC/AAO/ (菊地文雄ほか) 2 次元弾性応力解析プログラムを異方体用に手直しし, 長方形要素が処理でき, より細かい要素分割が可能となるよう改良したプログラムである。要素分割では切欠き底付近を非常に細かくするとともにその節点座標および要素番号は, 縦横の分割数を入力するだけで自動的に割付けられるようにした。分割を細かくすればするほど解の精度は上がるが, 以下の解析に先だち “分割粗さによる影響” を調べた結果, 1000 節点を越え

ると解はほぼ収束し、945節点と1869節点の解を比較するとその差は1.1%（荷重点変位）であった。以下の解析では、応力拡大係数  $K$  を求める場合には2026～2066節点（小試験体）、1892～1972節点（実大梁）、ひずみエネルギー解放率  $g$  には1232～1267節点（小試験体）、1815～1914節点（実大梁）、有限領域理論には1232～1264節点を用いた。

### 3.2 応力拡大係数による破壊予測

応力集中の生じる切欠き底周辺の応力分布を FEM を用いて弾性論的に詳細に解き、その応力分布を用いて次式<sup>5)</sup>の係数  $s$ ,  $q$  および関数  $g$ ,  $h$  を決定することができる。

$$\sigma_{ij} = K_A g_{ij}(\theta) / (2\pi r)^s + K_B h_{ij}(\theta) / (2\pi r)^q \quad (2)$$

これは極座標  $(r, \theta)$  を用いて表現したものであるが、ここで、切欠き隅からクラックの進んでゆく方向への距離  $x$  と  $\sigma_y$  との関係は、

$$\sigma_y = K_1 (2\pi x)^{-q_1} \quad (3)$$

と表わすことができ、また  $\tau_{xy}$  については、

$$\tau_{xy} = K_1 (2\pi x)^{-q_1} \quad (4)$$

と表わすことができる。Fig. 3 にクラック発生荷重時における  $x$  と  $\sigma_y$  の関係の一例を示す。切欠き隅に最も近い部分の FEM の解は精度が悪いためそれをはずした部分で直線を引くと、そ

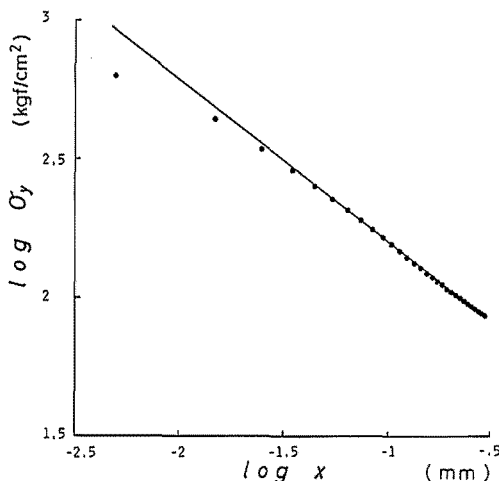


Fig. 3 Example of the stress distribution of  $\sigma_y$  near the corner of the notch—small specimen with 15mm notch depth.  $x$ : distance from the notch corner along the span.

Following equation was obtained from this straight line (see Table 3):

$$\sigma_y = K_1 (2\pi x)^{-0.57}$$

$$K_1 = 32.6 \text{ kgf/cm}^2$$

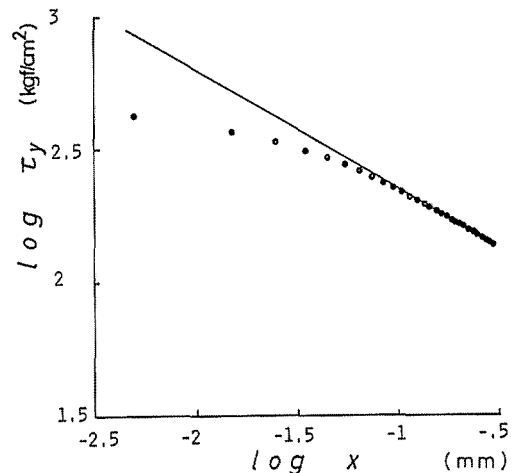


Fig. 4 Example of the stress distribution of  $\tau_{xy}$  near the corner of the notch—small specimen with 15mm notch depth.

Following equation was obtained from this straight line (see Table 3):

$$\tau_{xy} = K_1 (2\pi x)^{-0.43}$$

$$K_1 = 67.4 \text{ kgf/cm}^2$$

の傾きと切片より  $s$  と  $K_1$  を求めることができる。  $q$  と  $K_1$  についても同様であるが Fig 4 の例に示すように直線を引くことにはかなりの無理があると考えられる。このようにして得られる  $K_1$ ,  $K_2$  がいかなる条件を満たした時クラック発生に至るのか、すなわち  $\sigma_y$  と  $\tau_{xy}$  の複合した応力状態におけるクラック発生条件、

$$f_K (K_I/K_{Icr}, K_{II}/K_{IIcr}) \geq 1 \quad (5)$$

ここに,  $K_{Icr}$ ,  $K_{IIcr}$ : 各々破壊モード I および II における材料固有の臨界値  
の  $f_K$  がいかなる関数であるべきか。また, その関数に  $s$  および  $q$  をどのように含めるべきか。  
未だ検討の必要はあるが, 従来よく用いられる式は,

$$f_K^2 = \left(\frac{K_I}{K_{Icr}}\right)^2 + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIcr}}\right)^2 \geq 1 \quad (6)$$

あるいは,

$$f_K^2 = \left(\frac{K_X}{K_{Xcr}}\right)^2 + \left(\frac{K_Y}{K_{Ycr}}\right)^2 + \left(\frac{K_{XY}}{K_{XYcr}}\right)^2 \geq 1 \quad (7)$$

ここに,  $X, Y$ : 弾性主軸方向を表わす。

もしくは,

$$f_K = \frac{K_I}{K_{Icr}} + \frac{K_{II}}{K_{IIcr}} \quad (8)$$

あるいは

$$f_K = \frac{K_X}{K_{Xcr}} + \frac{K_Y}{K_{Ycr}} + \frac{K_{XY}}{K_{XYcr}} \quad (9)$$

であり, さらにまた次式も考えられる。<sup>6)</sup>

$$f_K = \frac{K_I}{K_{Icr}} + \left(\frac{K_{II}}{K_{IIcr}}\right)^2 \quad (10)$$

クラック発生時の荷重すなわち比例限度荷重における  $\alpha_I$ ,  $\alpha_{II}$ ,  $K_I$ ,  $K_{II}$  を Table 3 に示す。また,  
(6), (8), (10) 式により求めた  $f_K$  値およびそれを用いて求めた予測値  $P_{TK}$  と実験値  $P_P$  との比を  
Table 4 に示す。

### 3.3 ひずみエネルギー解放率による破壊予測

ひずみエネルギー解放率  $g$  は(1)式で表わされ, FEM 解析を用いてクラック発生時の  $g$  を求める  
には切欠き底に異なる長さのクラックを想定し, それぞれのクラック長  $a$  における一定荷重下  
での荷重点変位  $\delta$  を求める。外力のなすひずみエネルギー  $U$  は,

$$U = \frac{1}{2} P \delta \quad (11)$$

と表わせ, また(1)式の定義より,

$$g = \lim_{a \rightarrow 0} \frac{\Delta U}{\Delta A} \quad (12)$$

ここに  $\Delta A = \Delta a \times b$ ,  $b$ : 試験体の幅  
と表わすことができる。Fig 5 のように「ひ  
ずみエネルギーとクラック長さ」の関係をグラ  
フに表わし,  $a = 0$  における傾きを求めれば  
 $g$  が得られる。ここで, 逆に試験体の材料の  
 $g_{Icr}$  および  $g_{IIcr}$  がわかっている場合に, クラ  
ック発生時の荷重を FEM で予測することを  
考えてみよう。この際困るのは FEM で得ら  
れる  $g$  における “ $g_I$  と  $g_{II}$  の比” がわからない  
ことである。また, それがわかったとしても  
応力拡大係数  $K$  の場合と同様クラック発生  
条件式

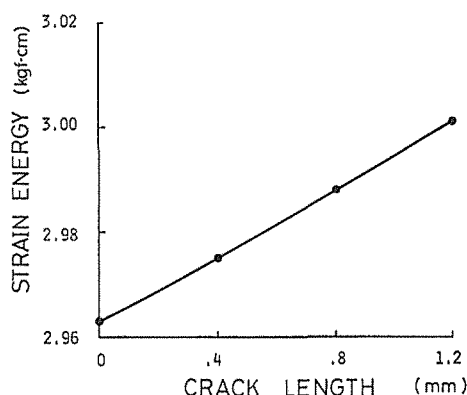


Fig. 5 Example of the relation between strain energy and crack length—small specimen with 15mm notch depth

The strain energy release rate was obtained from this regression curve:  $g = 0.158$  kgf/cm (see Table 3).

$$f_g(g_I/g_{Icr}, g_I/g_{Icr}) \geq 1 \quad (13)$$

としていかなる関数を用いるべきか検討の必要がある。ここでは破壊条件式として次式を考えた。

$$f_g^2 = \frac{g}{r_I g_{Icr} + r_{II} g_{Icr}} \geq 1 \quad (14)$$

$$\text{ここに, } r_I + r_{II} = 1 \quad (15)$$

$$r_I : r_{II} = \left( \frac{\bar{\sigma}_Y}{\sigma_{Ycr}} \right)^2 : \left( \frac{\bar{\tau}_{XY}}{\tau_{XYcr}} \right)^2 \quad (16)$$

$\bar{\sigma}$ ,  $\bar{\tau}$  は 3.4 で述べる有限小領域での平均応力である。

上式を用いて得られるクラック発生時の  $g$  値を Table 3 に,  $f_g$  値を Table 4 に示す。

### 3.4 有限小領域理論による破壊予測

線形破壊力学の基本的概念を包含し, しかも切欠きのないすなわち特異点のない通常の問題にも適用可能な解析方法はないのであろうか。そこで次のような仮定を設けてみた。<sup>2)3)</sup> すなわち, 「ある有限の面積をもつ小領域においてその平均応力が破壊条件式を満たす場合に破壊に至る」と仮定すると, たとえ特異な応力集中部があっても, ある有限の面積の平均値をとるならば, 従来の破壊条件式の適用が可能である。有限小領域  $a_L \times a_R$ ,  $a_L \times a_T$  あるいは  $a_R \times a_T$  としていかなる面積をとるべきかが問題となるが, ここでは試行錯誤の結果,  $a_L = 1 \text{ mm}$  (繊維方向),  $a_R$  あるいは  $a_T = 0.4 \text{ mm}$  (繊維に直角方向) を用いるのが最適と考えられた。なお, 破壊条件としてここ

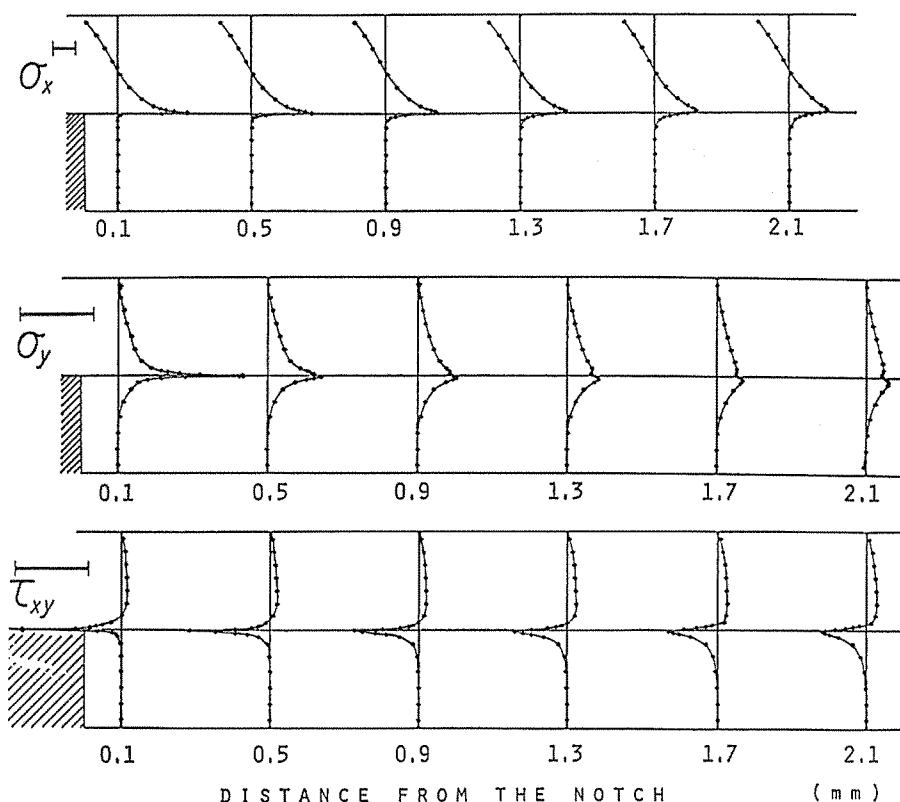


Fig. 6 Example of the stress distribution ( $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ ) near the notch along the beam height—small specimen with 15mm notch depth.

The shadowed portion indicates the notch. Unit bars indicate stress unit of 100 kgf/cm<sup>2</sup> at the load of the initial crack extension.

Table 3 The results of numerical analyses by FEM on the beginning of crack propagation.

Beam sizes Notch depth (Ratio to beam depth)	2cm×3cm×45cm				6cm×12cm×160cm		
	3mm (1/10)	6mm (1/5)	10mm (1/3)	15mm (1/2)	2cm (1/6)	4cm (1/3)	6cm (1/2)
$P_P$ (kgf)	156	114	64	35	895	420	289
$\bar{\sigma}_L$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	630	624	498	433	376	285	322
$\bar{\sigma}_{R.T}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	67	86	81	79	85	76	89
$\bar{\tau}_{LR.T}$ (kgf/cm <sup>2</sup> )	112	115	93	81	80	62	69
$\alpha_1$	-0.72	-0.65	-0.60	-0.57	-0.60	-0.54	-0.53
$\alpha_I$	-0.41	-0.42	-0.42	-0.43	-0.41	-0.41	-0.42
$K_I$ (kgf·cm <sup>-3/2</sup> )	21	32	32	33	33	33	40
$K_{II}$ (kgf·cm <sup>-3/2</sup> )	95	98	78	67	64	49	54
$g$ (kgf/cm)	0.20	0.25	0.19	0.16	0.20	0.18	0.19

$P_P$ : Load at the beginning of crack propagation equals to proportional limit in bending test of notched beam.

Elastic constants used for FEM analyses—

$E_L=E_0$  in Table 1 and 2,

$[E_{R.T}=9 \times 10^3 \text{ kgf/cm}^2, G_{LR}=G_{LT}=7.5 \times 10^3 \text{ kgf/cm}^2, \mu_{LR}=\mu_{LT}=0.49]$  for 2 cm × 3 cm × 45 cm beams.

$[E_{R.T}=10 \times 10^3 \text{ kgf/cm}^2, G_{LR}=G_{LT}=5 \times 10^3 \text{ kgf/cm}^2, \mu_{LR}=\mu_{LT}=0.4]$  for 6 cm × 12 cm × 160 cm beams.

L, R, T: longitudinal, radial and tangential direction, respectively,

R, T: direction between radial and tangential.

I, II: fracture mode.

Table 4 Comparison of the experimental results and the theoretical results by the three different fracture criteria.

Beam sizes Notch depth (Ratio to beam depth)		2cm×3cm×45cm				6cm×12cm×160cm			Average	Coefficient of variation (%)
		3mm (1/10)	6mm (1/5)	10mm (1/3)	15mm (1/2)	2cm (1/6)	4cm (1/3)	6cm (1/2)		
$f_A$	eq. (17)	0.91	1.06	0.95	0.90	0.97	0.84	1.01	0.93	8
$f_K$	eq. (6)	0.67	0.91	0.88	0.87	0.88	0.85	1.03	0.87	12
$f_K$	eq. (8)	0.95	1.23	1.16	1.12	1.12	1.05	1.25	1.13	9
$f_K$	eq. (10)	0.71	1.00	0.93	0.92	0.91	0.88	1.06	0.92	12
$f_g$	eq. (14)	0.68	0.85	0.80	0.77	0.89	0.90	0.94	0.83	11
$P_{TA}/P_P$	eq. (17)	1.10	0.94	1.05	1.11	1.06	1.22	1.04	1.07	8
$P_{TK}/P_P$	eq. (6)	1.49	1.10	1.14	1.15	1.14	1.18	0.97	1.17	14
$P_{TK}/P_P$	eq. (8)	1.05	0.81	0.86	0.89	0.89	0.95	0.80	0.89	10
$P_{TK}/P_P$	eq. (10)	1.40	1.00	1.08	1.09	1.10	1.14	0.94	1.11	13
$P_{Tg}/P_P$	eq. (14)	1.47	1.18	1.25	1.30	1.12	1.11	1.06	1.21	12

$P_T$ : theoretical results by the fracture criteria,  $P_P$ : experimental results.

x, y in equations (7), (9), (16) and (17): direction of principal elastic axis.

$\bar{\sigma}$ ,  $\bar{\tau}$  in equations (16) and (17): average stress at finite small area  $a_x \times a_y$ .

Fundamental data used in these analyses:

for  $f_A$  and  $P_{TA}$ —finite small area  $a_L=1$  mm,  $a_R=0.4$  mm,

$\sigma_{Lcr}=1500$  kgf/cm<sup>2</sup>,  $\sigma_{R.Tcr}=100$  kgf/cm<sup>2</sup>,  $\tau_{LRcr}=\tau_{LTcr}=250$  kgf/cm<sup>2</sup>,

L, R, T: longitudinal, radial, tangential direction, respectively.

for  $f_K$  and  $P_{TK}$ — $K_{Icr}=40$  kgf/cm<sup>3/2</sup>,  $K_{IIcr}=219$  kgf/cm<sup>3/2</sup> <sup>8)</sup>

for  $f_g$  and  $P_{Tg}$ — $g_{Icr}=0.13$  kgf/cm,  $g_{IIcr}=1.1$  kgf/cm (estimated from the above  $K_{Icr}$ ).



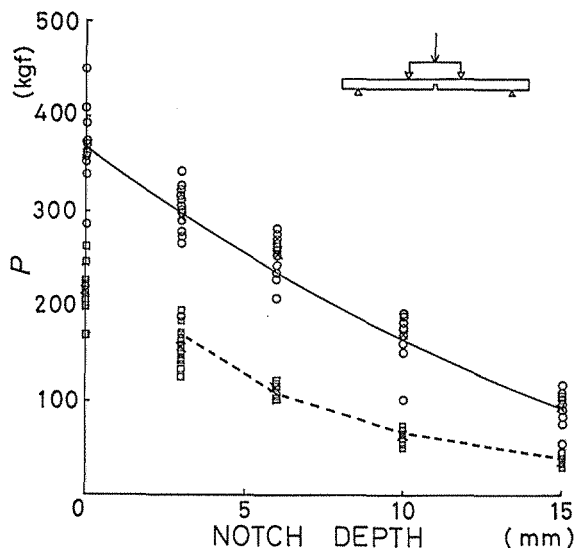


Fig. 7 Experimental and theoretical results of notched beams — small specimen.

Ultimate load —

○ : experimental, × : average, — : theoretical (see Table 1).

Load at proportional limit or initial crack extension —

□ : experimental, × : average, --- : theoretical by means of the finite small area theory (see Table 4).

では次式<sup>7)</sup>を用いた。

$$f_A^2 = \left( \frac{\bar{\sigma}_X}{\sigma_{Xcr}} \right)^2 + \left( \frac{\bar{\sigma}_Y}{\sigma_{Ycr}} \right)^2 + \left( \frac{\bar{\tau}_{XY}}{\tau_{XYcr}} \right)^2 \geq 1 \quad (17)$$

ここに、 $\bar{\sigma}$ ,  $\bar{\tau}$  : 有限小領域  $a_X \times a_Y$  での平均応力、

$X, Y$  : 弾性主軸方向を表わす。

ここで用いる弾性主軸方向の強度  $\sigma_{cr}$ ,  $\tau_{cr}$  としては JIS 試験体で得られる値ではなく、有限小領域  $a_X \times a_Y$  に対応した寸法での値をとるべきと考えられる (寸法効果の考慮)<sup>9)</sup> が、このような値は得られていないので、ここではそれを少し加味した推定値を用いた。Fig. 6 に切欠き付近の“梁たけ方向の応力分布、”を示す。切欠き隅付近に応力が集中し、そこから離れるに従ってどのように変化してゆくかがわかる。切欠き隅から 0.2mm を越すと距離による応力の変化はほとんどなくなる。なお、0.2mm 以内の“応力が極度に集中している部分”の応力分布は Fig. 3, 4 となる。このような応力分布 (弾性解) を基に有限小領域の平均応力を求めた値が Table 3 である。また、これに基づいて求めた  $f_A$  値を Table 4 に示す。この  $f_A$  を用いて、すなわち、ここで新たに提案した破壊条件式(17)を用いて、クラック発生時の荷重を予測した値を Table 4 および Fig. 1 (破線) に示す。

#### 4. 考 察

クラック発生時の荷重の予測方法としてここで提案した有限小領域理論が妥当な方法であることが Table 4 より推察される。ここで用いた有限小領域——繊維方向 1mm, 繊維に直角方向 0.4mm は木材の繊維を縦方向にはがしてゆく小領域を表わしているようにも考えることができる。これが普遍的なものであるかどうか、もう少し細胞の寸法に近づけた方がよいのかどうか、今後さらに他の多くの切欠き形状や外力形態の例についても検討してみる必要がある。応力拡大係数やひずみエネルギー解放率による方法については、ここで用いた  $\sigma_{1cr}$ ,  $\sigma_{2cr}$  や  $K_{1cr}$  や  $K_{2cr}$  の値が妥当であったかどうか、定数測定方法をも含めた今後の詳細な研究が必要となるが、このことは有限小領域理論で用いた  $\sigma_{cr}$ ,  $\tau_{cr}$  についても同様であり、ベイマツとエゾマツの値を簡単のため同

一としたが、エゾマツをベイマツより低目にとるべきであったかもしれない。従って単に  $f$  が 1 に近いかどうかだけでなく、各々のバラツキによって 3 種類の予測理論を比較する方が妥当であろう。Table 4 を見るとこれらの間にはさほど大きな差はないが、どちらかと言えば有限小領域理論の変動が最も小さい。応力拡大係数の 1 次式(8)、2 次式(6)と 1 次・2 次混合式(10)を比較すると、これらの中では(8)式の変動が小さい。なお、(2)式の  $s, q$  あるいは(3)、(4)式の  $\alpha_1, \alpha_2$  を破壊条件式にいかに加味すべきか、また  $K_1$  の求め方はこれでよいのか、多くの問題点が残っている。1 mm 以下での応力分布には本来細胞の形態を考慮しなければならないが、それを無視する応力拡大係数の理論とは、結局、有限小領域理論と基本的に共通するところがあると言えよう。

以上を総合的に見ると、ここで提案した有限小領域理論が、木材の破壊に関して有力な予測方法となりえる可能性は高いと考えられる。

## 5. 結 果

以上、「切欠きのように特異な応力集中をもつ部材と、特異点をもたない部材」の強度予測を統一的な破壊条件式で取扱う方法として、有限小領域理論を提案した。有限小領域としては 1 mm (繊維方向)  $\times$  0.4 mm (繊維に直角方向) を用いたが、これが普遍的なものであるかどうかは今後さらに検討する必要がある。しかし、この提案は異方体の強度予測方法の新たな視点を開くものと考えられ、例えば、この理論の検討を基に、逆に応力拡大係数  $K$  およびひずみエネルギー解放率  $g$  に関する破壊条件式の構築や見直しも可能であろう。また、塑性あるいは材料非線形(非線形構成式)を考慮してこの理論を解釈し直すことも考えられる。このように有限小領域理論は、木材の破壊力学を考える上で今後重要な示唆を与えるものと考えられる。

本研究で行なった有限要素法の計算は主として著者が三重大学在職中に行なったものであり、三重大学計算センターのリモートステーションを経由して名古屋大学大型計算機センターを使用した。計算には三重大学農学部木材工学専攻生・増井章二君の協力を得た。また、同研究室・大河平行雄教授には本研究を進めるにあたり直接・間接に心暖かい御支援をいただいた。なお、本研究の一部は文部省科学研究費総合 A 「構造用材料としての木材および木質材料の強度と破壊機構に関する研究」(代表者浅野猪久夫) 昭和 56~58 年度の補助を受けた。ここに記して各位に対し心より謝意を表したい。

## 引 用 文 献

- 1) 例えば、岡村弘之：線形破壊力学入門。培風館館。東京。1976
- 2) 増田 稔・大河平行雄：木材の破壊条件に関する理論的考察(II)。第32回日本木材学会大会要旨集。89, 1982
- 3) 増田 稔・大河平行雄：木材の破壊強度に関する理論的考察。昭和57年度総研究 A 報告。構造用材料としての木材および木質材料の強度と破壊機構に関する研究。43~46, 1983
- 4) 杉山英男・中田和夫：木質系はりの曲げ耐力と剛性に及ぼす欠き込みの影響について(続報)。日本建築学会学論。15 (200)。15~25, 1972
- 5) LEICESTER, R. H.: Contemporary concepts for structural timber codes. CSIRO FPL Report No.993. 1~32, 1972
- 6) WU, E. M.: Application of fracture mechanics to anisotropic plates. Trans. ASME J. Applied Mechanics. 34. 967~974, 1967
- 7) U. S. Dept. Air Force, Navy, Commerce: Design of Wood Aircraft Structures, ANC-18 Bull. No.32, 64, 1951
- 8) BARRET, J. D.: Fracture mechanics and the design of wood structures. Phil. Trans. R. Soc. Lond.

A299. 217~226, 1981

- 9) 増田 稔・大河平行雄：木材の曲げにおける寸法効果. 三重大農学術報告. 71. 61~69, 1985

### Summary

To estimate the fracture load of wooden structural elements with notches LEFM (linear elastic fracture mechanics) is unusually used. And to estimate those without notches, von Mises's criterion or such is used. Considering the basic concept of LEFM, "Finite Small Area Theory" was proposed in this study as the unified theory for the above two cases *i. e.* with and without notches. The essence of proposed theory is that fracture occurs when average stresses at finite small area satisfy the criterion of von Mises *i. e.* eq. (17). For the finite small area  $a_L \times \sigma_{R-T}$ , 1mm (in grain direction)  $\times$  0.4mm (perpendicular to the grain) was used in this study through trial and error. For the application example, analyses of bending test problems of wood beams with rectangular notches were carried out. And good agreement was observed between the theoretical results and the experimental results, which were obtained with small specimens and also normal sized timber beams. Analyses by means of LEFM *i. e.* stress intensity factor  $K$  and energy release rate  $g$  were also carried out for the comparison to the finite small area theory, and the validity of the proposed theory was observed.